

PROVA DI INGRESSO ALLE FACOLTÀ DI INGEGNERIA

*Quite simple, my dear Watson
Sir Arthur Conan Doyle*

a cura del Prof. Ing. *Luigi Verolino*
Referente per l'Orientamento della Facoltà di Ingegneria
Università Federico II di Napoli – Dipartimento di Ingegneria Elettrica
Via Claudio, 21 – 80125 Napoli

Telefono	081 7683246
Facsimile	081 2396896
Cellulare	328 8377148
Posta elettronica	verolino@unina.it



Napoli, ottobre 2003

INDICE

1. A cosa serve la prova di ammissione	3
2. Come è strutturata la prova	5
3. Principali conoscenze richieste per l'esecuzione della prova	6
4. Soluzione di alcune prove	8
 Logica	 9
Comprensione verbale	25
Matematica	31
Scienze fisiche e chimiche	63

1. A cosa serve la prova di ammissione

Coloro che vogliono iscriversi alla Facoltà di Ingegneria sono tenuti a sottoporsi ad una prova di ammissione, che ha finalità selettive per alcune sedi universitarie, mentre per altre ha finalità orientative. In realtà, la natura e la modalità della prova è la stessa in tutte le sedi e serve a formulare una graduatoria degli aspiranti basata sulle loro conoscenze e le loro attitudini ad intraprendere con successo gli studi di ingegneria. La graduatoria viene utilizzata a fini selettivi soltanto in quegli atenei in cui le domande di ammissione superano i posti disponibili. Inoltre, i risultati ottenuti in alcune aree determinano gli eventuali obblighi formativi aggiuntivi che lo studente deve soddisfare nel corso del primo anno di studi, con modalità che ogni sede determina autonomamente.

La prova di ammissione è concepita in modo tale da non privilegiare alcuno specifico tipo di scuola media superiore, fra quelle che danno diritto all'iscrizione alla Facoltà di Ingegneria, e consiste nel rispondere a quesiti raggruppati in sei aree tematiche. La maggiore o minore difficoltà degli stessi, inevitabilmente diversa di anno in anno, è neutralizzata, entro certi limiti, dal riferire il punteggio conseguito in ciascuna area alla media dei dieci migliori risultati di quell'area. Il punteggio rappresenta, quindi, un dato relativo, essendo normalizzato rispetto a quello dei migliori partecipanti; tale normalizzazione rende, allora, confrontabili i risultati del test nel corso degli anni.

Il risultato della prova ha un suo valore intrinseco, sul quale tutti gli aspiranti devono riflettere attentamente. Non è facile prevedere a priori, in base al solo indice attitudinale, inteso come la media pesata tra il risultato della prova ed il voto di maturità, la possibilità di conseguimento della laurea. Tuttavia, i precedenti anni di effettuazione della prova di ammissione consentono un'elaborazione statistica dei risultati, dalla quale si può ottenere un'attendibile capacità di previsione. A questo scopo, sono stati seguiti, anno per anno nella loro carriera accademica, alcune migliaia di allievi, che, dopo la prova di ammissione, si sono iscritti alle

facoltà di ingegneria, rilevando per ciascuno di essi la sequenza degli esami sostenuti ed il risultato conseguito. L'analisi statistica ha rivelato un'ottima correlazione fra la graduatoria ed il profitto nel corso degli studi. Un risultato significativo è il seguente: il 60% degli allievi che hanno completato con successo gli studi giungendo alla laurea quinquennale, nella prova di ammissione, si era classificato nel primo terzo della graduatoria; il 30% nel secondo terzo; il restante 10% nell'ultimo terzo della graduatoria. Va in ogni caso rilevato che le analisi statistiche, per loro natura, prescindono dalle singole individualità: pertanto, quando la collocazione nella graduatoria trovi l'aspirante determinato a non riconoscersi in essa, può considerarla non determinante, considerando la propria decisione e la personale valutazione di se stesso.

L'aspirante, perciò, affronti la prova seriamente, con la massima concentrazione, e mediti poi con molta attenzione sul risultato conseguito, specialmente se esso si colloca nella parte più bassa della graduatoria.

In questa breve guida vengono date alcune indicazioni sulla struttura della prova di ammissione e sugli argomenti su cui possono vertere le domande. Come si noterà, la prova non richiede una specifica preparazione, ma soltanto un ripasso degli elementi di base di matematica, fisica e chimica, sui libri utilizzati dall'allievo nelle scuole medie superiori; a questo proposito, verranno indicate le conoscenze ritenute propedeutiche per seguire gli studi di ingegneria. Tuttavia, una preparazione *ad hoc*, oltre che praticamente impossibile, eluderebbe anche uno degli obiettivi della prova, cioè quello di fornire all'aspirante una valida indicazione sulle sue possibilità di successo negli studi di ingegneria.

2. Come è strutturata la prova

La prova di ammissione consiste in quesiti o problemi, che tendono a saggiare la potenzialità dei candidati, cioè a valutare la possibilità di riuscita negli studi di ingegneria, definendo i loro eventuali debiti formativi. Essa è articolata in cinque

serie di quesiti, a ciascuno dei quali sono associate cinque risposte, delle quali una sola è esatta. Le serie di quesiti sono contenute in un fascicolo, accompagnato da un unico foglio, su cui si devono riportare le risposte, seguendo le istruzioni di seguito riportate. Le cinque serie di quesiti sono pertinenti alle seguenti aree:

- 🚩 Logica,
- 🚩 Comprensione Verbale,
- 🚩 Matematica 1,
- 🚩 Scienze Fisiche e Chimiche,
- 🚩 Matematica 2.

La prima serie di quesiti riguarda la **Logica** ed è articolata su due filoni: successioni di figure, disposte secondo ordinamenti che devono essere individuati; proposizioni, seguite da cinque affermazioni, di cui una soltanto è una deduzione logica delle premesse contenute nella proposizione di partenza.

Nella seconda serie di quesiti, relativa alla **Comprensione Verbale**, sono presentati alcuni brani tratti da testi di vario genere. Ciascuno dei brani è seguito da una serie di domande, le cui risposte devono essere dedotte **esclusivamente dal contenuto del brano**, individuando l'unica esatta tra le cinque proposte.

La terza e quinta serie, etichettate rispettivamente come **Matematica 1** e **2**, sono costituite da problemi che richiedono conoscenze di matematica elementare ed una certa capacità di ragionamento.

La quarta serie, dedicata alle **Scienze Fisiche e Chimiche**, è costituita da domande riguardanti conoscenze scientifiche a carattere elementare nel campo della fisica e della chimica.

Le sezioni di **Matematica** e **Scienze Fisiche e Chimiche** fanno riferimento alle nozioni di base apprese nelle scuole medie superiori e riportate più avanti in questa guida.

Per ciascuna delle serie di domande è predeterminato l'intervallo di tempo a disposizione, in base alle istruzioni scritte che saranno fornite all'inizio della prova ed illustrate dai docenti che assistono alla stessa.

La prova richiede attenzione: occorre quindi concentrarsi sul lavoro. Il candidato tenga presente che le difficoltà che incontrerà saranno condivise anche dagli altri e che il punteggio ottenuto in ciascuna area sarà valutato con riferimento alla media dei dieci migliori. Se necessario, si utilizzino gli spazi disponibili nel fascicolo del testo per ogni tipo di minuta.

In caso di difficoltà di risposta ad un quesito, è bene non attardarsi e procedere oltre. Si cerchi di rispondere ad ogni quesito o problema, tenendo però presente che le risposte errate comportano la penalizzazione di $\frac{1}{4}$ del valore attribuito alla risposta esatta. Questa penalizzazione è tale da neutralizzare, mediamente, l'effetto di risposte date a caso e, quindi, fortuitamente anche esatte. La mancata risposta, al contrario, non comporta alcuna penalizzazione.

Per ciascun quesito il testo propone cinque risposte (contraddistinte dalle lettere A, B, C, D, E), una sola delle quali è esatta. A ciascun quesito presentato nel testo corrisponde, nella scheda per le risposte, una casella che reca lo stesso numero d'ordine del quesito. Pertanto, la risposta al quesito 1 dovrà essere registrata nella casella 1 della scheda per le risposte, la risposta al quesito 2 nella casella 2, e così via, adoperando esclusivamente la penna consegnata in dotazione per lo svolgimento della prova.

Tutto il materiale necessario per l'esecuzione della prova sarà fornito ai candidati all'inizio della prova stessa. Si invitano pertanto i candidati a non portare con sé penne, calcolatrici, fogli, libri, manuali, cartelle, telefoni cellulari, che, in ogni caso, dovranno essere lasciati all'ingresso dell'aula. I candidati dovranno, invece, portare con sé un documento di identità e la ricevuta dell'iscrizione alla prova.

3. Principali conoscenze richieste per l'esecuzione della prova

Logica e comprensione verbale

Le domande di Logica e Comprensione Verbale sono volte a saggiare le attitudini dei candidati, piuttosto che accertare acquisizioni raggiunte negli studi superiori. Esse non richiedono, quindi, una specifica preparazione preliminare.

Matematica

- 1. Aritmetica ed algebra.** Proprietà e operazioni sui numeri (interi, razionali, reali). Valore assoluto. Potenze e radici. Logaritmi ed esponenziali. Calcolo letterale. Polinomi (operazioni, decomposizione in fattori). Equazioni e disequazioni algebriche di primo e secondo grado oppure ad esse riducibili. Sistemi di equazioni di primo grado. Equazioni e disequazioni razionali fratte e con radicali.
- 2. Geometria.** Segmenti ed angoli; loro misura e proprietà. Rette e piani. Luoghi geometrici notevoli. Proprietà delle principali figure geometriche piane (triangoli, circonferenze, cerchi, poligoni regolari) e relative lunghezze ed aree. Proprietà delle principali figure geometriche solide (sfere, coni, cilindri, prismi, parallelepipedi, piramidi) e relativi volumi ed aree della superficie.
- 3. Geometria analitica e funzioni numeriche.** Coordinate cartesiane. Il concetto di funzione. Equazioni di rette e di semplici luoghi geometrici (circonferenze, ellissi, parabole). Grafici e proprietà delle funzioni elementari (potenze, logaritmi, esponenziali). Calcoli con l'uso dei logaritmi. Equazioni e disequazioni logaritmiche ed esponenziali.
- 4. Trigonometria.** Grafici e proprietà delle funzioni seno, coseno e tangente. Le principali formule trigonometriche (addizione, sottrazione, duplicazione, bisezione). Equazioni e disequazioni trigonometriche. Relazioni fra elementi di un triangolo.

Fisica e Chimica

- 1. Meccanica.** Grandezze scalari e vettoriali, concetto di misura di una grandezza fisica e di sistema di unità di misura; definizione di grandezze fisiche fondamentali (spostamento, velocità, accelerazione, massa, quantità di moto, forza, peso, lavoro e potenza); legge d'inerzia, legge di Newton e principio di azione e reazione.
- 2. Termodinamica.** Concetti di temperatura, calore, calore specifico, dilatazione dei corpi e l'equazione di stato dei gas perfetti. Nozioni elementari sui principi della termodinamica.
- 3. Elettromagnetismo.** Nozioni elementari di elettrostatica (legge di Coulomb, campo elettrostatico e condensatori) e di magnetostatica (intensità di corrente, legge di Ohm e campo magnetostatico). Nozioni elementari sulle radiazioni elettromagnetiche e la loro propagazione.
- 4. Struttura della materia.** Conoscenza qualitativa della struttura di atomi e molecole. Nozioni elementari sui costituenti dell'atomo e sulla tavola periodica degli elementi. Composti formati da ioni e composti costituiti da molecole, loro caratteristiche fisiche, in particolare dei composti più comuni esistenti in natura, quali l'acqua ed i costituenti dell'atmosfera.
- 5. Simbologia chimica.** Simbologia chimica e significato delle formule e delle equazioni chimiche.
- 6. Stechiometria.** Concetto di mole e sue applicazioni; capacità di svolgere semplici calcoli stechiometrici.
- 7. Chimica organica.** Struttura dei più semplici composti del carbonio.
- 8. Soluzioni.** Definizione di sistemi acido-base e di pH.
- 9. Ossido-riduzione.** Concetto di ossidazione e di riduzione. Nozioni elementari sulle reazioni di combustione.

4. Soluzione di alcune prove

Nella pagine seguenti viene proposta la soluzione di alcuni quesiti, assegnati negli anni passati, alla prova di ammissione. Le due sezioni relative alla matematica sono state accorpate in un'unica sezione. Sarebbe il caso che il lettore, prima di leggere le soluzioni, provasse da solo ad ottenere la soluzione.

LOGICA

1. Ci sono due persone di sesso diverso, una bionda ed una mora. La persona bionda dice 'Io sono un uomo' mentre la mora dice 'Io sono una donna'. Se almeno uno dei due mente quale delle seguenti affermazioni risulta necessariamente vera?

- A. la donna è mora e l'uomo è biondo;
- B. la donna è bionda e l'uomo è mora;
- C. solo l'uomo mente;
- D. solo la donna mente;
- E. la donna è mora.

Se mentisse una sola persona, le due persone sarebbero dello stesso sesso, contro l'affermazione che le due persone sono di sesso diverso. Ne segue che entrambe mentono e, quindi, che la persona bionda è una donna e la persona mora è un uomo. Pertanto, è necessariamente vera la risposta B.

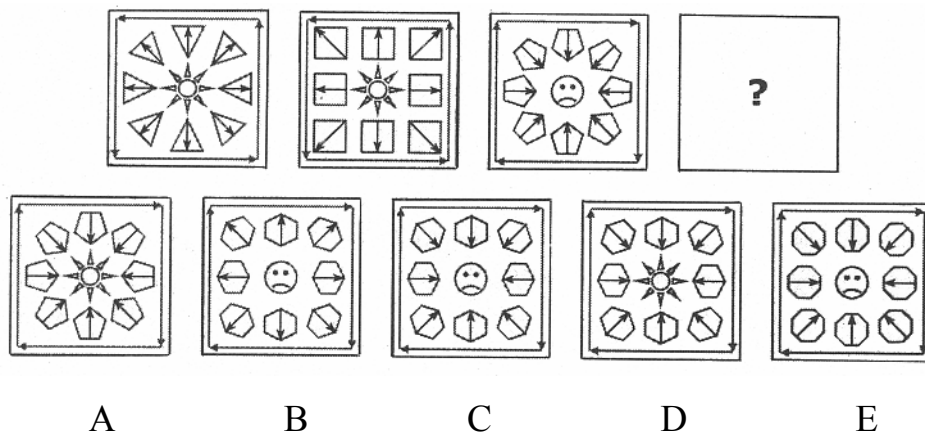
2. Un'auto percorre 20.000 km nel corso di un lungo viaggio. Per ridurre i consumi le cinque ruote vengono cambiate con regolarità. Quanti chilometri avrà percorso ogni gomma alla fine del viaggio?

- A. 4000;
- B. 15000;
- C. 10000;
- D. 5000;
- E. 16000.

Si osservi che, dovendo percorrere 20000 km, occorre che quattro ruote percorrano, in totale, 80000 km. Volendo distribuire uniformemente tali chilometri alle cinque ruote disponibili, si ottiene che ogni ruota deve percorrere

$$\frac{80000}{5} \text{ km} = 16000 \text{ km}.$$

3. Scegliere fra le alternative proposte quella che completa la serie seguente.



Volendo rispettare la continuità proposta dalla sequenza, la figura mancante deve presentare:

- la faccina triste al centro, come nella terza figura;
- gli esagoni intorno alla figura centrale, dato che l'esagono presenta un lato in più rispetto al pentagono della terza figura, così come il quadrato della seconda figura rispetto al triangolo della prima figura;
- le frecce negli esagoni devono essere rivolte verso l'interno.

La risposta esatta è, pertanto, la C.

4. Sapendo che la seguente frase ‘Tutti i giovedì lavoro al computer e vado in palestra’ è falsa, se ne deduce necessariamente che:

- A. qualche giovedì non lavoro al computer o non vado in palestra;
- B. tutti i giovedì non lavoro al computer o non vado in palestra;
- C. qualche giovedì non lavoro al computer e non vado in palestra;
- D. tutti i giovedì non lavoro al computer e non vado in palestra;
- E. tutti i giorni lavoro al computer e vado in palestra.

La negazione di un'affermazione si ottiene dicendo che quanto affermato nell'affermazione stessa non si verifica almeno una volta. Pertanto, nel nostro caso, negare che *tutti i giovedì lavoro al computer e vado in palestra* significa affermare che *esiste almeno un giovedì in cui non lavoro al computer o non vado in palestra*. In definitiva, la risposta esatta è la A.

5. Il grande matematico Deeffe Sudeix, di ritorno da un congresso in India, commenta con alcuni colleghi: *Non è vero che tutti gli abitanti di Tiruciripalli sono biondi e con gli occhi azzurri*. Dunque Deeffe Sudeix sta affermando che:

- A. c'è qualche abitante di Tiruciripalli che non è biondo oppure che non ha gli occhi azzurri;
- B. gli abitanti di Tiruciripalli sono bruni e con occhi scuri;
- C. gli abitanti di Tiruciripalli se sono biondi non hanno gli occhi azzurri;
- D. esistono abitanti di Tiruciripalli biondi ma senza occhi azzurri;
- E. nessun abitante di Tiruciripalli è biondo con occhi azzurri.

Per quanto asserito nella soluzione al quesito precedente negare che *non tutti gli abitanti sono biondi e con gli occhi azzurri* significa affermare che *esiste almeno un abitante che non è biondo o che non ha gli occhi azzurri*.

Pertanto, la risposta giusta è la A.

6. Dei tre amici Luigi, Marco e Nicola almeno due sono vegetariani. Sapendo che se Luigi è vegetariano anche Marco lo è, che se Nicola è vegetariano lo è anche Luigi, e che tra Marco e Nicola almeno uno è non vegetariano, si può dedurre che:

- A. Nicola è vegetariano e Marco non è vegetariano;
- B. Nicola non è vegetariano e Marco è vegetariano;
- C. Luigi e Nicola sono vegetariani;
- D. Luigi, Nicola e Marco sono vegetariani;
- E. Luigi non è vegetariano e Marco è vegetariano.

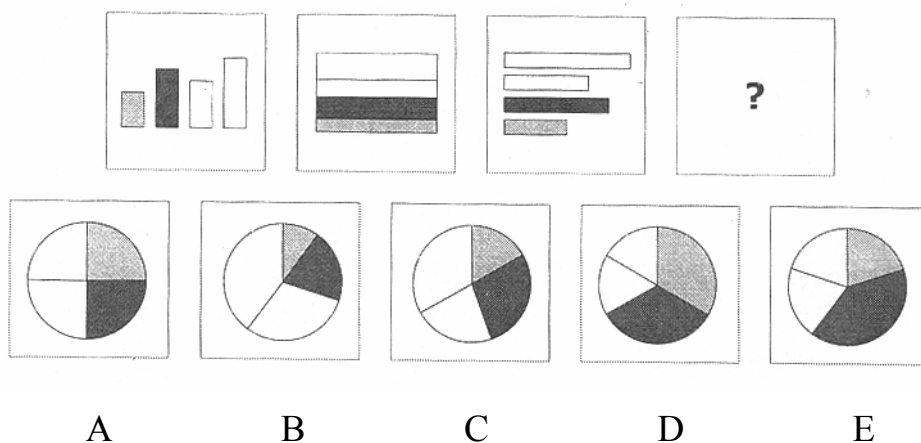
Si ipotizzi che Nicola sia vegetariano. Per quanto affermato *se Nicola è vegetariano lo è anche Luigi e se Luigi è vegetariano anche Marco lo è*. Pertanto, in questa ipotesi risulta che Nicola e Marco sono entrambi vegetariani contro l'affermazione che *tra Marco e Nicola almeno uno è non vegetariano*. Ne segue che l'ipotesi fatta è errata, ovvero che Nicola non è vegetariano. Ricordando inoltre che *dei tre amici almeno due sono vegetariani*, deduciamo che Luigi e Marco sono vegetariani. Pertanto, la risposta esatta risulta essere la B.

7. Non è vero che a Torino nel mese di aprile quando piove tutte le persone che escono hanno l'ombrello. Ciò equivale a dire che:

- A. in una città diversa da Torino, in un mese diverso da aprile, quando piove tutti escono senza ombrello;
- B. almeno una persona in una città diversa da Torino in un mese diverso da aprile quando piove esce senza ombrello;
- C. a Torino nel mese di aprile quando piove chi esce non ha l'ombrello;
- D. in una città diversa da Torino, in un mese diverso da aprile quando piove chi esce ha l'ombrello;
- E. almeno una persona a Torino nel mese di aprile quando piove non porta l'ombrello.

Negare che *tutte* le persone hanno l'ombrello significa affermare che *almeno una* persona non porta l'ombrello. La risposta esatta è, pertanto, la E.

8. Scegliere fra le alternative proposte quella che completa la serie seguente.



Le prime tre cornici della serie presentano quattro figure: due bianche, una nera ed una grigia. Le due figure bianche hanno dimensioni diverse, quella grigia è la più piccola, mentre quella nera ha dimensioni intermedie tra le due bianche. L' unica cornice che rispetta le proprietà anzidette è la C.

9. I tre testimoni T_1 , T_2 , T_3 di un furto hanno dato le seguenti informazioni sul ladro:

T_1 : Era un individuo alto e grasso, oppure un tipo calvo, o tutte e due le cose insieme.

T_2 : Si trattava di un tipo alto e/o grasso, ma senza dubbio era calvo.

T_3 : Era calvo e alto. Ma nel caso mi sbagliassi su questo, sono sicura che fosse un tizio grasso che ho visto passare.

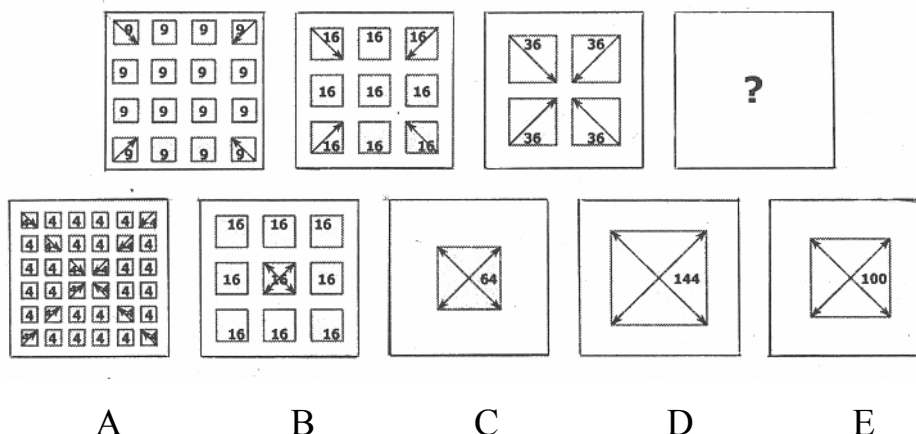
L'ispettore scopre che T_1 e T_3 hanno detto il vero, mentre T_2 il falso. Si dica quale delle seguenti affermazioni si può correttamente dedurre:

- A. il ladro era grasso e calvo;
- B. il ladro era basso, grasso e calvo;
- C. il ladro era alto e grasso;
- D. il ladro era alto e magro;
- E. il ladro era alto e calvo.

Se T_3 dice il vero, il ladro è sicuramente grasso. Se ciò è vero e T_1 dice il vero, il ladro è anche alto. Inoltre, dicendo T_1 il vero, il ladro potrebbe essere anche calvo, ma questo comporterebbe che T_2 dice il vero.

Pertanto, il ladro è alto e grasso, ovvero la risposta giusta è la C.

10. Scegliere fra le alternative proposte quella che completa la serie seguente



La figura mancante deve presentare:

- le frecce verso l'interno come nelle altre tre figure;
- un numero di quadratini pari a 36 come indicato nella terza figura, così come la seconda figura contiene 9 quadratini come indicato nella prima figura;
- i quadratini devono contenere il numero 4, ovvero il numero di quadratini della terza figura, così come i quadratini della seconda figura contengono il numero 16, ovvero il numero di quadratini della prima figura.

Dunque, la risposta esatta è la A.

Commento: in realtà, il problema è mal posto, dato che la risposta esatta potrebbe essere anche la D. Infatti, il numero di quadratini è sempre decrescente, il numero nei quadratini è sempre crescente, il numero di quadratini moltiplicato per il numero nei quadratini è sempre pari a 144.

11. Cinque amici non sono d'accordo sulla data:

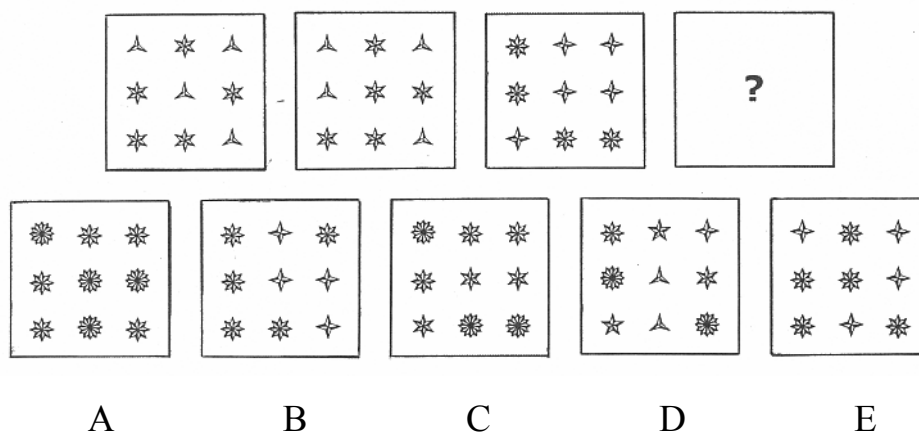
- Carlo afferma che oggi è lunedì 16 agosto;
- Franco sostiene che oggi è martedì 16 agosto;
- Marco è convinto che oggi sia martedì 17 settembre;
- Roberto dice che oggi è lunedì 17 agosto;
- Tullio afferma che oggi è lunedì 17 settembre.

Uno solo ha ragione ma nessuno ha completamente torto, nel senso che ha individuato almeno una caratteristica della data. Allora:

- A. Franco ha ragione;
- B. Carlo ha ragione;
- C. Tullio ha ragione;
- D. Roberto ha ragione;
- E. Marco ha ragione.

La risposta esatta è la D.

12. Scegliere fra le alternative proposte quella che completa la serie seguente



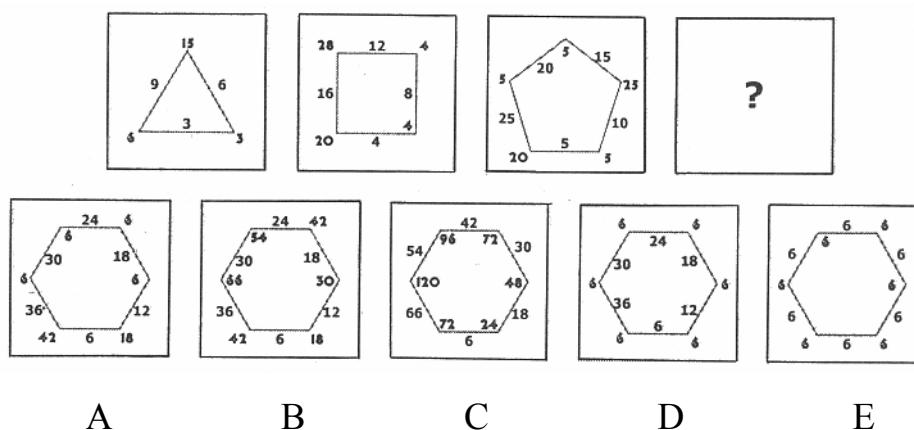
Le prime tre figure della serie presentano nove stelle con un diverso numero di punte. Ogni figura presenta solo stelle con n e con $2n$ punte, ovvero le prime due contengono solo stelle con 3 e 6 punte e la terza solo stelle con 4 e 8 punte. Le prime due figure hanno 4 stelle con n punte e 5 con $2n$ punte, mentre la terza figura contiene 5 stelle con n punte e 4 con $2n$ punte. La figura che completa la serie è la A; essa, infatti, contiene 5 stelle con 6 (n) punte e 4 stelle con 12 ($2n$) punte.

13. Si dica quale delle seguenti affermazioni è logicamente equivalente alla frase di Arthur Bloch: I problemi più complessi hanno soluzioni semplici, facili da comprendere e sbagliate.

- A. I problemi più semplici hanno soluzioni complesse, difficili da comprendere e corrette.
- B. I problemi più complessi non hanno soluzioni semplici, facili da comprendere e sbagliate.
- C. Non è vero che i problemi più semplici abbiano soluzioni semplici, facili da comprendere e sbagliate.
- D. I problemi che hanno soluzioni semplici, facili da comprendere e sbagliate sono i più complessi.
- E. Se un problema non ha soluzioni semplici, facili da comprendere e sbagliate non è un problema fra i più complessi.

L'affermazione di Arthur Bloch asserisce che *tutti* i problemi più complessi hanno *soluzioni semplici, facili da comprendere e sbagliate*. Questo comporta che se un problema non ha *soluzioni semplici, facili da comprendere e sbagliate*, esso sicuramente non è un problema fra i più complessi. La risposta giusta è la E.

14. Scegliere fra le alternative proposte quella che completa la serie seguente



Ogni figura presenta in ogni spigolo un numero che si ottiene dalla somma o dalla sottrazione dei numeri presenti sui lati adiacenti. Le figure con un numero dispari di lati presentano una sola somma, quelle con un numero pari presentano due somme, mentre le restanti operazioni sono delle sottrazioni. Da tali considerazioni si deduce che la figura che completa la serie è la figura A, essendo l'unica che presenta due somme (l'esagono contiene un numero pari di lati).

15. I matematici di Numeropoli hanno scoperto i numeri cavalloni. Ancora non hanno capito fino in fondo come sono fatti, però tutti concordano sul fatto che essi hanno queste caratteristiche.

- I numeri cavalloni sono numeri interi strettamente positivi.
- C'è almeno un numero cavallone maggiore di 1.
- Se n è un numero cavallone, non sono cavalloni tutti i numeri maggiori di n e multipli di n .

Allora:

- A. da un certo numero in avanti, tutti i numeri interi positivi sono cavalloni;
- B. c'è solo un numero finito di numeri cavalloni;
- C. 1 non è un numero cavallone;
- D. tutti i numeri interi positivi sono cavalloni;
- E. se 2 è cavallone, allora c'è almeno un cavallone che non è primo.

Se 1 fosse un numero cavallone, *non sarebbero cavalloni tutti i numeri maggiori di 1 e multipli di 1*, contro l'affermazione per cui *c'è almeno un numero cavallone maggiore di 1*. La risposta esatta è la C.

COMPRENSIONE VERBALE

Istruzioni

In questa prova viene presentato un brano a cui non è stata apportata alcuna modifica, se non l'eliminazione di riferimenti non essenziali; esso quindi rispecchia lo stile personale dell'autore e del periodo storico in cui visse. Il brano presentato è seguito da cinque quesiti riguardanti il suo contenuto. Per ogni quesito sono previste cinque risposte differenti, contrassegnate con le lettere A, B, C, D, E. Per ogni quesito scegliete fra le cinque risposte oppure affermazioni quella che ritenete corretta in base soltanto a ciò che risulta esplicito o implicito nel brano, cioè solo in base a quanto si ricava dal brano e non in base a quanto eventualmente sapete già sull'argomento.

La conoscenza del mondo fisico

La teoria e l'esperienza ci costringono a distinguere fondamentalmente, in fisica, fra necessità e probabilità, ed a chiederci, in presenza di ogni fenomeno che ci paia regolato da determinate leggi, se si tratta di leggi dinamiche o statistiche. Questo dualismo, divenuto inevitabile da quando la fisica cominciò a servirsi del metodo statistico, non soddisfa tutti, e si è già tentato di eliminarlo, negando addirittura, in mancanza di meglio, che esistano certezze oppure impossibilità assolute ed ammettendo solo l'esistenza di maggiori o minori gradi di probabilità. Non ci sarebbero più in natura leggi dinamiche, ma solo leggi statistiche: il concetto di necessità assoluta verrebbe eliminato dalla fisica. Ma questo modo di vedere si appalesa per un miope e fatale errore anche se non si tiene conto del fatto che tutti i processi reversibili, senza eccezione, sono regolati da leggi dinamiche che non c'è nessun motivo di lasciar cadere. La fisica non può infatti fare a meno della premessa che esistano leggi assolute, come non può farne a meno qualunque altra scienza della natura o dello spirito, e le stesse conclusioni della statistica, di cui stiamo parlando, non avrebbero senza di quelle alcuna base.

Si consideri che anche i principi del calcolo della probabilità possono e debbono essere formulati esattamente e rigorosamente dimostrati, e che questo è il motivo per cui essi hanno sempre suscitato il vivo interesse dei matematici.

Il calcolo delle probabilità dà anzi precisi ragguagli anche sulla cosiddetta dispersione, cioè sulle deviazioni dal valore medio che sono da attendersi quando il numero dei casi è minore, e se le osservazioni fatte risultano in contraddizione colla grandezza della dispersione precedentemente calcolata, si può concluderne con sicurezza che a base del calcolo c'è una premessa sbagliata, un cosiddetto errore sistematico.

Per poter giungere ad asserzioni di tale portata sono naturalmente necessari presupposti di portata altrettanto grande, e si capisce che in fisica il calcolo esatto delle probabilità sia possibile solamente se per le azioni più elementari, e cioè nel finissimo microcosmo, si riconoscono come valide leggi esclusivamente dinamiche. Benché queste si sottraggano singolarmente all'osservazione per mezzo

dei nostri sensi, tuttavia la presupposizione della loro assoluta invariabilità è la base indispensabile di ogni costruzione statistica.

Il dualismo fra leggi dinamiche e leggi statistiche è quindi strettamente connesso al dualismo fra microcosmo e macrocosmo, che dobbiamo accettare come un fatto provato dall'esperienza. E poiché i fatti non possono essere soppressi dalle teorie, anche quando non sono di nostro gradimento, non resta altro che concedere sia alle leggi dinamiche che alle leggi statistiche il posto che loro spetta nel sistema complessivo delle teorie fisiche.

Non bisogna credere per questo che la dinamica e la statistica siano coordinate l'una all'altra. Una legge dinamica infatti soddisfa completamente al nostro bisogno di rapporti causali ed ha quindi un carattere semplice, mentre una legge statistica è una cosa complessa a cui non ci si può definitivamente fermare, perché essa nasconde ancora in sé il problema del come essere ricondotta ai suoi elementi dinamici semplici. La soluzione di tali problemi è uno dei compiti fondamentali della scienza: vi lavorano in pari grado la chimica e la fisica teorica della materia e dell'elettricità.

Come il principio della conservazione dell'energia o primo principio della termodinamica è la principale legge dinamica, così il secondo principio della termodinamica è la principale legge statistica della fisica. Benché questo principio indichi solo una probabilità e quindi si discuta molto sui limiti della sua validità, si presta tuttavia anch'esso ad essere formulato esattamente in una formula generalmente valida nel modo che segue. Tutte le modificazioni chimiche o fisiche di uno stato decorrono in media in modo tale da aumentare la probabilità dello stato. Ora fra tutti gli stati che può assumere un sistema di corpi, lo stato più probabile è quello in cui tutti i corpi hanno la stessa temperatura; per questo e per nessun altro motivo la conduzione di calore procede sempre, in media, nel senso di un eguagliamento delle temperature, cioè dal corpo più caldo al corpo più freddo. Ma circa un processo singolo il secondo principio può dire qualcosa di preciso soltanto se si è a priori sicuri che il decorso del processo in questione non devia sensibilmente dal decorso medio di un gran numero di processi che partono tutti dallo stesso stato iniziale. Per essere sicuri che si verifichi questa condizione basta in teoria servirsi della cosiddetta ipotesi del disordine elementare. Sperimentalmente non c'è altro mezzo che ripetere l'esperimento parecchie volte di seguito o farlo eseguire da osservatori differenti che lavorino indipendentemente l'uno dall'altro. La ripetizione di un determinato esperimento o l'impostazione di una intera serie di esperimenti è effettivamente il metodo che viene generalmente usato nella fisica pratica. Nessun fisico si limiterà mai nelle sue misurazioni ad una sola prova, non foss'altro che per eliminare gli inevitabili errori di tecnica.

QUESITI

1. I principi del calcolo delle probabilità:

- A. sono principi di valore assoluto;
- B. sono anch'essi probabili;
- C. sono frutto di un gran numero di esperienze;
- D. hanno un valore puramente statistico;
- E. non rientrano nell'ambito della matematica.

Risposta esatta: A.

2. In questo testo per “leggi dinamiche” si intendono:

- A. le leggi del moto;
- B. i principi generali dello sviluppo;
- C. le connessioni probabili;
- D. le connessioni causali necessarie;
- E. qualsiasi legge scientifica.

Risposta esatta: D.

3. Ammettere solo leggi statistiche:

- A. tutelerebbe maggiormente la comprensione del nuovo;
- B. renderebbe la scienza più vicina alla realtà;
- C. eviterebbe il dogmatismo scientifico;
- D. ridurrebbe la fisica alla matematica;
- E. priverebbe la scienza di valore assoluto.

Risposta esatta: E.

4. Il secondo principio della termodinamica:

- A. ha un valore assoluto solo a pressione costante;
- B. afferma che tutti i corpi partono con la medesima temperatura;
- C. afferma che la conduzione di calore va dal corpo più freddo al corpo più caldo;
- D. è una legge di tipo dinamico;
- E. nessuna di queste affermazioni è vera.

Risposta esatta: E

5. Leggi dinamiche e leggi statistiche:

- A. derivano entrambe da astrazioni matematiche;
- B. sono opposte e si escludono reciprocamente;
- C. si identificano;
- D. sono entrambe necessarie per la costruzione della scienza;
- E. confluiscono entrambe nel calcolo delle probabilità.

Risposta esatta: D.

MATEMATICA

1. L'equazione

$$\log_{1/16} x = 1/4$$

ha soluzione

A. $x = -1/2$;

B. $x = 4$;

C. $x = 2$;

D. $x = 1/4$;

E. $x = 1/2$.

La soluzione esatta è la lettera E, dato che, stando alla definizione del logaritmo, risulta

$$x = \left(\frac{1}{16}\right)^{1/4} = \left(\frac{1}{2^4}\right)^{1/4} = \frac{1}{2}.$$

2. La media aritmetica dei numeri a e b è 30. Se $c=15$, dire qual è la media aritmetica di a, b e c ?

- A. 25
- B. 45
- C. 15
- D. 22.5
- E. 75

La risposta esatta è A. Infatti, dato che

$$30 = \frac{a+b}{2} \rightarrow a+b=60,$$

si può scrivere che

$$\frac{a+b+c}{3} = \frac{60+15}{3} = \frac{75}{3} = 25.$$

3. Si considerino le seguenti tre espressioni numeriche

$$(1) \log_2[\sin(26\pi)],$$

$$(2) \log_2[\cos(26\pi)],$$

$$(3) \log_2[\tan(26\pi)].$$

Allora:

- A. la (1) ha significato e la (2) non ha significato;
- B. la (1) ha significato e la (3) non ha significato;
- C. la (1) e la (2) sono entrambe prive di significato;
- D. la (1) non ha significato e la (2) ha significato;
- E. la (1) e la (2) hanno entrambe significato.

La risposta esatta è la lettera D, dato che per $\theta = 26\pi = 13 \cdot 2\pi$ risulta

$$\sin \theta = \tan \theta = 0 \quad \text{e} \quad \cos \theta = 1,$$

e l'argomento del logaritmo non può essere nullo o minore di zero.

4. Dire quante soluzioni reali ha l'equazione nell'incognita x

$$x(x^2 - 2000) = x(x^2 - x).$$

- A. Infinite
- B. Tre
- C. Due
- D. Nessuna
- E. Una

La risposta esatta è la lettera C. L'equazione data, infatti, si può scrivere nella forma equivalente

$$x^3 - 2000x = x^3 - x^2,$$

che, eseguendo le opportune semplificazioni, diventa

$$x^2 - 2000x = 0.$$

Infine, le due soluzioni di questa equazione di secondo grado sono

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2000.$$

5. Si consideri una corona circolare di raggio esterno R e raggio interno $r = R/3$ e sia A la sua area. Se il raggio esterno rimane invariato e il raggio interno raddoppia, l'area della corrispondente corona circolare è uguale a

- A. $5A/8$;
- B. $3A/4$;
- C. $A/2$;
- D. $3A/8$;
- E. $A/4$.

La risposta esatta è la A. Poiché l'area della prima corona circolare vale

$$A = \pi R^2 - \pi \frac{R^2}{9} = \frac{8}{9} \pi R^2,$$

mentre quella della seconda corona di raggio $2R/3$ è pari a

$$A_1 = \pi R^2 - \pi \frac{4}{9} R^2 = \frac{5}{9} \pi R^2,$$

eseguendo il rapporto tra i due risultati, si ottiene

$$\frac{A_1}{A} = \frac{5}{8} \rightarrow A_1 = \frac{5}{8} A.$$

6. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy, si consideri la retta r di equazione

$$y = \frac{2x + 1}{-3}.$$

La retta passante per il punto di coordinate (1,1) e perpendicolare ad r ha equazione:

A. $y = \frac{2x + 1}{3};$

B. $y = \frac{2x - 5}{-3};$

C. $y = \frac{2x - 5}{3};$

D. $y = \frac{3x - 1}{2};$

E. $y = \frac{3x + 1}{2}.$

La risposta esatta è la D. Infatti, a partire dall'equazione della retta data

$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3},$$

non è difficile scrivere l'equazione della generica retta ad essa ortogonale

$$y = \frac{3}{2}x + N.$$

Imponendo, infine, il passaggio per il punto indicato, si ottiene

$$1 = \frac{3}{2} + N \rightarrow N = -\frac{1}{2}.$$

La retta cercata ha, in definitiva, equazione

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}.$$

7. Il massimo comune divisore ed il minimo comune multiplo dei polinomi $x - y$ e $x^3 - y^3$ sono, rispettivamente,

A. $x - y$ e $(x - y)^2(x^2 + xy + y^2)$;

B. $x - y$ e $(x - y)^2(x^2 + xy + y^2)$;

C. $x^2 - y^2$ e $x^3 - y^3$;

D. 1 e $x^3 - y^3$;

E. $x - y$ e $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$;

F. $x - y$ e $x^4 - y^4$.

La risposta esatta è la lettera D, dato che

$$\text{mcm} = x - y, \quad \text{MCD} = x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^3).$$

8. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy , quale delle seguenti è l'equazione di una circonferenza?

A. $x^2 + y^2 - 2xy - 1 = 0$

B. $(x - 1)^2 - (y - 2)^2 - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 + 1 = 0$

D. $4x^2 - 3x + 4y^2 - 5y - 1 = 0$

E. $x^4 + y^4 - 1 = 0$

La risposta esatta è la lettera D, dato che, dividendo per 4 questa equazione, si ha

$$x^2 + y^2 - \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}y - \frac{1}{4} = 0,$$

vale a dire

$$\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{8}\right)^2 = \frac{50}{64}.$$

In altri termini, si tratta di una circonferenza con centro in $C(3/8, 5/8)$ e raggio

$$R = \frac{5\sqrt{2}}{8}.$$

9. Quale delle seguenti uguaglianze è vera?

A. $3^{(2^3)} = 3^6$

B. $2^{(2^3)} = 2^{(3^2)}$

C. $3^{(2^2)} = 6^3$

D. $2^{(2^3)} = 4^4$

E. $2^{(2^3)} = 4^3$

La risposta esatta è la lettera D, essendo

$$2^8 = 4^4.$$

10. Il valore della somma

$$\cos 140^\circ + \cos 40^\circ$$

è pari a:

- A. -1;
- B. 0;
- C. irrazionale;
- D. negativo ma diverso da -1;
- E. positivo.

Utilizzando le formule di addizione e sottrazione del coseno, si può scrivere

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta.$$

D'altra parte, sommando membro a membro, risulta pure

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta.$$

Ora, posto $\alpha = 90^\circ$ e $\beta = 50^\circ$, la precedente relazione fornisce il risultato

$$\cos(90^\circ + 50^\circ) + \cos(90^\circ - 50^\circ) = \cos 140^\circ + \cos 40^\circ = 2 \cos 90^\circ \cos 50^\circ = 0.$$

La risposta esatta è, in definitiva, la lettera B.

11. Se un angolo misura 15° sessagesimali, la sua misura in radianti è:

- A. maggiore di 1 rad;
- B. minore di $1/4$ rad;
- C. compresa fra $1/4$ rad e $1/2$ rad;
- D. compresa fra $3/4$ rad e 1 rad;
- E. compresa fra $1/2$ rad e $3/4$ rad.

La risposta esatta è la lettera C. Infatti, impostando la proporzione

$$15^\circ : 180^\circ = x : \pi,$$

si ottiene il risultato

$$x = \frac{15}{180} \pi = \frac{\pi}{12} \text{ rad.}$$

12. La condizione cui deve soddisfare il parametro k affinché l'equazione

$$4 \sin x = 3k$$

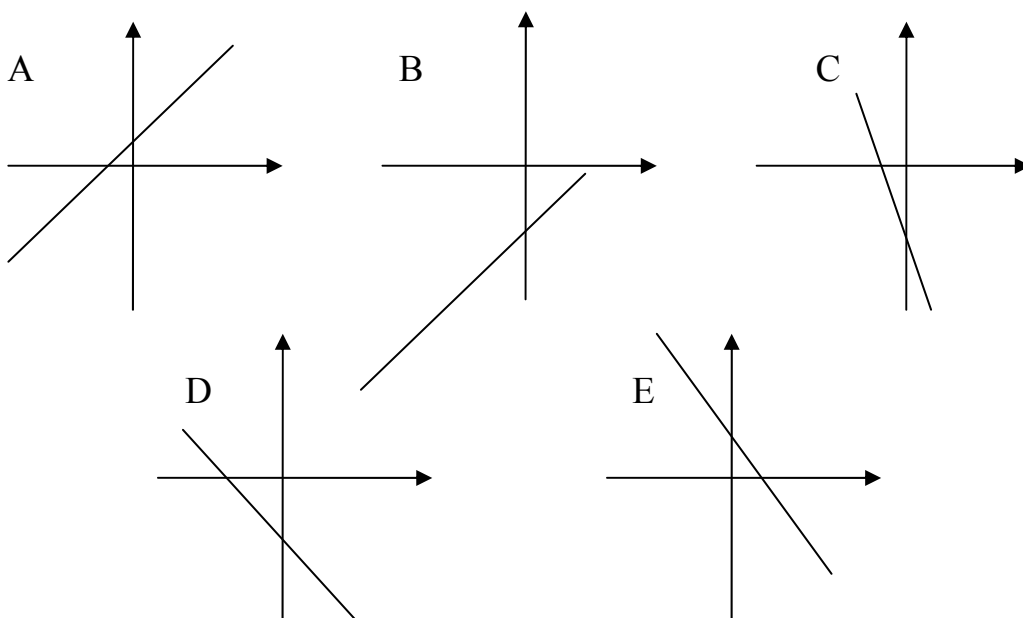
abbia soluzione è:

- A. $k \geq -4/3$;
- B. $-4/3 \leq k \leq 4/3$;
- C. $k = \pm 4/3$;
- D. non c'è alcuna limitazione ai valori di k ;
- E. $k \leq 4/3$.

La soluzione è la lettera B: infatti, dividendo ambo i membri per 4 e considerando che la funzione seno è sempre compresa nell'intervallo $[-1;1]$, si ottiene il risultato:

$$\sin x = \frac{3k}{4} \rightarrow -1 \leq \frac{3k}{4} \leq 1 \rightarrow -\frac{4}{3} \leq k \leq \frac{4}{3}.$$

13. Fissato nel piano un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy , quale tra le seguenti è la retta di equazione $x+2y+3=0$?



- A. La retta della figura B.
- B. La retta della figura A.
- C. La retta della figura E.
- D. La retta della figura C.
- E. La retta della figura D.

Esplicitando la retta assegnata

$$y = -\frac{x}{2} - \frac{3}{2},$$

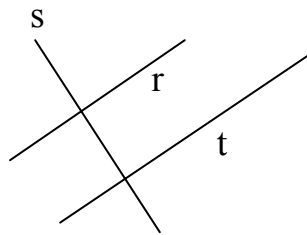
si deduce agevolmente che la risposta esatta è la D.

Commento: le rette C e D potrebbero, in realtà, essere entrambe soluzioni, dato che il quesito non specifica che sui due assi del riferimento è stata scelta la stessa unità.

14. Siano r , s e t tre rette distinte del piano: r è perpendicolare ad s , mentre s è perpendicolare a t . Quanti punti hanno in comune r e t ?

- A. Uno
- B. Le informazioni date non sono sufficienti per giungere a una conclusione
- C. Due
- D. Infiniti
- E. Nessuno

La risposta esatta è la lettera B, dato che i punti potrebbero essere infiniti o nessuno.



15. Quale dei seguenti numeri ha un logaritmo, in base 10, strettamente compreso fra 5 e 7?

A. 10^2+10^4

B. -10^{-6}

C. 12345

D. 10^7-10^4

E. -10^6

La risposta esatta è la lettera D: infatti, sostituendo la soluzione D come argomento del logaritmo e tenendo presente che il logaritmo di un prodotto è uguale alla somma dei logaritmi dei corrispondenti fattori, si ottiene il risultato:

$$\log_{10}(10^7 - 10^4) = \log_{10}[10^7(1 - 10^{-3})] =$$

$$= 7 + \log_{10}(1 - 10^{-3}) = 7 - \text{piccola quantità positiva}.$$

16. La disequazione $x^3 \leq x^4$ è verificata se e solo se:

- A. $x \leq 0$ oppure $x \geq 1$;
- B. $x \geq 1$;
- C. $x \leq -1$ oppure $x \geq 1$;
- D. $x \geq 0$;
- E. x è un numero reale qualunque.

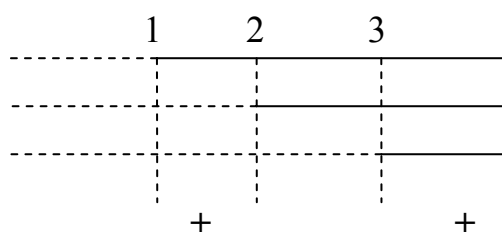
La risposta esatta è la lettera A. Dividendo, infatti, ambo i membri della disequazione per x^2 , che è un numero sicuramente positivo e quindi non cambia il verso della disequazione, si ottiene il risultato

$$x^4 \geq x^3 \rightarrow x^2 \geq x \rightarrow x^2 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 0 \text{ e } x \geq 1.$$

17. La disequazione $(x - 1)(x - 2)(x - 3) > 0$ è verificata se e solo se:

- A. $x < 3$;
B. $1 < x < 2$ oppure $x > 3$;
C. $x > 1$;
D. $x < 1$ oppure $x > 3$;
E. x è diverso da 1, da 2 e da 3.

La risposta esatta è la lettera B e si ottiene utilizzando la regola dei segni del prodotto, considerando gli intervalli in cui ciascun fattore è positivo si ottiene il risultato.



Si è usato la convenzione di indicare con linea continua l'intervallo in cui un fattore è positivo e con linea tratteggiata quello in cui lo stesso è negativo.

18. Una sfera con raggio di 2 cm ed un cilindro circolare retto, con raggio di base pari a 2 cm, hanno lo stesso volume. Allora l'altezza del cilindro è di

- A. 4 cm;
- B. $\frac{2}{3}$ cm;
- C. $\frac{4}{3}$ cm;
- D. $\frac{8}{3}$ cm;
- E. 6 cm.

La risposta esatta è la lettera D. La soluzione si ottiene utilizzando le formule dei volumi delle due figure ed uguagliandone i valori numerici:

$$\frac{4}{3}\pi 2^3 = \pi 2^2 h \quad [h \text{ in centimetri}] \rightarrow h = \frac{8}{3} \text{ cm.}$$

19. La grandezza H vale l'80% della grandezza K. Allora

- A. $K = H/5$,
- B. $K = (5/4)H$,
- C. $K = 8H$,
- D. $K = H/8$,
- E. $K = (4/5)H$.

La risposta esatta è la lettera B, essendo

$$H = 0.8K = \frac{8}{10}K = \frac{4}{5}K \rightarrow K = \frac{5}{4}H.$$

20. Il polinomio $x^3 + 3x^2 - 4x$ è divisibile per

- A. x^3 ,
- B. $x + 2$,
- C. $x + 4$,
- D. $x + 1$,
- E. $x - 4$.

La risposta esatta è la lettera C. Infatti, il polinomio assegnato può essere scomposto in fattori nel seguente modo:

$$P(x) = x^3 + 3x^2 - 4x = x(x^2 + 3x - 4) = x(x - 1)(x + 4).$$

21. Un triangolo rettangolo, avente cateti di lunghezza rispettiva 1 cm e 2 cm, viene fatto ruotare di un giro completo una volta intorno al cateto minore, generando un cono C_1 , ed una volta intorno al cateto maggiore, generando un altro cono C_2 . Quale delle seguenti affermazioni è esatta?

- A. Il volume di C_1 è il doppio del volume di C_2 .
- B. Il volume di C_1 è la metà del volume di C_2 .
- C. Il volume di C_1 è il quadruplo del volume di C_2 .
- D. Il volume di C_1 è uguale al volume di C_2 .
- E. Il volume di C_1 è un quarto del volume di C_2 .

La soluzione esatta è la lettera A: in questo caso si utilizzano le formule per il calcolo del volume dei solidi di rivoluzione

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi \text{ cm}^3 \quad \text{e} \quad V_2 = \frac{2}{3}\pi \text{ cm}^3.$$

22. L'equazione nell'incognita reale x

$$3|x - 3| + 2 = 13 - x$$

- A. ha due soluzioni di segno opposto,
- B. ha un'unica soluzione,
- C. ha due soluzioni positive,
- D. ha infinite soluzioni,
- E. non ha soluzioni.

La risposta esatta è la lettera A, dato che

◦ se $x \geq 3$, risulta $3x - 9 + 2 = 13 - x \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = 5$;

◦ se, invece, $x < 3$, allora risulta $9 - 3x + 2 = 13 - x \rightarrow 2x = -2 \rightarrow x = -1$.

23. A parità di perimetro, quale dei seguenti poligoni ha l'area massima?

- A. un quadrato
- B. un ottagono regolare
- C. un rettangolo equilatero
- D. un triangolo equilatero
- E. un esagono regolare

La risposta esatta è la lettera B. Infatti, calcolando l'area di ciascuna figura in funzione del perimetro b , si ottiene che tutte dipendono dal quadrato di b e l'ottagono regolare è la figura che ha il coefficiente moltiplicativo più alto:

$$A: L = \frac{b}{4} \rightarrow S_A = \frac{b^2}{16};$$

$$B: L = \frac{b}{8} \rightarrow S_B = 8 \frac{L}{2} \frac{L}{2} \cotan \frac{\pi}{8} = 2L^2 \cotan \frac{\pi}{8} = \frac{b^2}{32} \cotan \frac{\pi}{8};$$

$$C: b \text{ e } h = 4b \rightarrow b = \frac{b}{10} \rightarrow S_C = \frac{4b^2}{100} = \frac{b^2}{25};$$

$$D: L = \frac{b}{3} \rightarrow S_D = \frac{L^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{b^2 \sqrt{3}}{36};$$

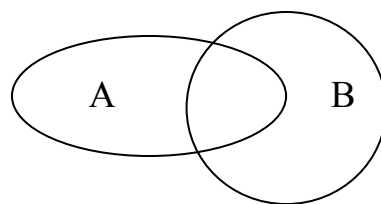
$$E: l = \frac{b}{6} \rightarrow S_E = 6 \frac{L}{2} L \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} L^2 = \frac{\sqrt{3}}{24} b^2.$$

24. Un macchinario produce bulloni. Un bullone è ritenuto difettoso quando ha peso oppure dimensioni sbagliate. Il controllo di qualità mette in evidenza che il 5% dei bulloni prodotti ha almeno il peso sbagliato e che il 3% ha almeno le dimensioni sbagliate. Nell'ipotesi che il 2% dei bulloni prodotti abbia sia peso che dimensioni sbagliate, qual è la percentuale di bulloni difettosi che produce quel macchinario?

- A. 6%
- B. Non è possibile rispondere con i dati assegnati
- C. 10%
- D. 4%
- E. 8%

La risposta esatta è la lettera A. Il risultato si ottiene utilizzando le proprietà di unione ed intersezione degli insiemi (eventi):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.05 + 0.03 - 0.02 = 0.06 = 6\%.$$



25. Si consideri la seguente equazione per i valori reali della variabile x

$$8^{x-1/3} = 4^{3x/2+1/2}.$$

L'equazione data ha

- A. nessuna soluzione,
- B. una soluzione,
- C. infinite soluzioni,
- D. due soluzioni,
- E. quattro soluzioni.

La risposta esatta è la lettera A: infatti, il risultato si ottiene utilizzando le proprietà delle funzioni esponenziali:

$$2^{3x-1} = 2^{3x+1} \rightarrow 3x-1 = 3x+1 \rightarrow -1 = 1 \quad (\text{assurdo}).$$

26. Quanti sono i numeri interi positivi n per i quali la potenza n^{100} è un numero in base 10 formato da non più di 50 cifre?

- A. uno
- B. infiniti
- C. tre
- D. più di tre, ma un numero finito
- E. due

La risposta esatta è la lettera C: infatti, 1^{100} , 2^{100} , 3^{100} sono gli unici numeri che rispondono a queste caratteristiche. Il successivo

$$4^{100} = 16^{50}$$

è certamente formato da più di 50 cifre.

27. Fissato nel piano un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy , il luogo dei punti le cui coordinate (x,y) soddisfano l'equazione

$$|x^2 - y^2| = 1$$

è costituito da

- A. un'iperbole,
- B. una coppia di iperboli,
- C. Una coppia di circonferenze,
- D. una circonferenza,
- E. una coppia di rette.

La risposta esatta è la lettera B ed il risultato si ottiene sviluppando l'equazione e ricordando la rappresentazione analitica dell'iperbole:

$$|x^2 - y^2| = 1 \rightarrow x^2 - y^2 = \pm 1,$$

vale a dire una coppia di iperboli equilateri.

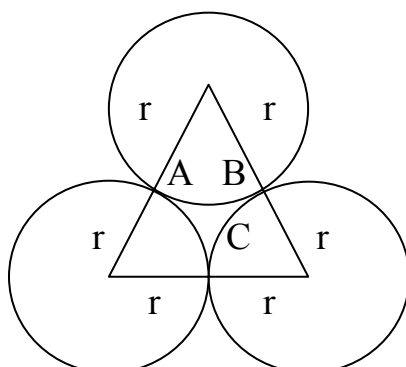
28. Un segmento AB viene diviso in n parti e si costruisce su ciascuna di esse un semicerchio. Sia D la lunghezza totale delle corrispondenti semicirconferenze nel caso che le parti siano tutte uguali e sia L la lunghezza totale delle semicirconferenze nel caso che le parti non siano uguali. Allora:

- A. D è maggiore o minore di L a seconda della lunghezza del segmento AB;
- B. $D < L$;
- C. $D > L$;
- D. D è maggiore o minore di L a seconda del numero n delle parti;
- E. $D = L$.

La risposta esatta è la lettera E ed il risultato si ottiene considerando che ciascuna parte del segmento costituisce il diametro della corrispondente semicirconferenza e, ricordando la formula che lega la lunghezza del diametro a quella della semicirconferenza su di esso costruita, si può scrivere

$$L = \frac{\pi}{2}x_1 + \frac{\pi}{2}x_2 + \dots + \frac{\pi}{2}x_n = \frac{\pi}{2}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{\pi}{2}\overline{AB}, \text{ per ogni partizione.}$$

29. Le tre circonferenze in figura hanno ciascuna raggio r e sono a due a due tangenti.



Allora l'area della regione di piano delimitata dai tre archi AB, BC e CA vale:

- A. non ci sono dati sufficienti per determinarla;
- B. $3\pi r^2$;
- C. $\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)r^2$;
- D. 2;
- E. $\sqrt{3}r^2$.

La risposta esatta è la lettera C, poiché l'area A del triangolo e del settore circolare valgono, rispettivamente,

$$A = \frac{2r \cdot r \sqrt{3}}{2} = r^2 \sqrt{3}, \quad B = \frac{\pi}{3} r \frac{r}{2} = \frac{\pi r^2}{6},$$

e, quindi,

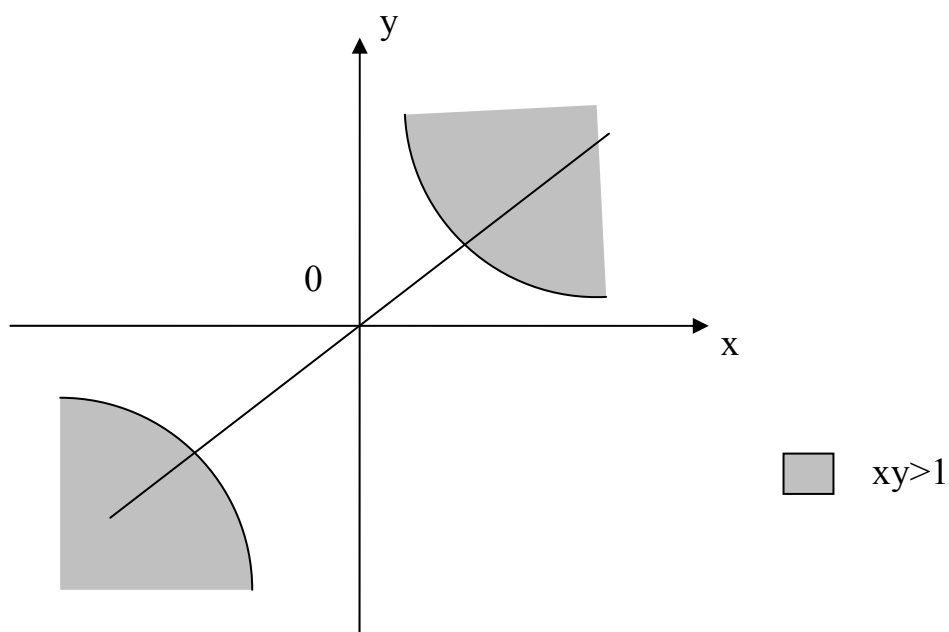
$$S = A - 3B = \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)r^2.$$

30. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy , l'insieme delle soluzioni (x,y) del sistema

$$\begin{cases} xy > 1 \\ x = y \end{cases}$$

- A. è formato da due soli punti,
- B. è una retta,
- C. è una coppia di semirette,
- D. è una semiretta,
- E. è un segmento.

La risposta esatta è la lettera C. Osservando la figura, si può vedere quale sia l'intersezione tra gli insiemi soluzione sia della disequazione, che dell'equazione.



SCIENZE FISICHE E CHIMICHE

1. Il secondo principio della termodinamica:

- A. definisce il rendimento delle macchine termiche;
- B. stabilisce che l'entropia di un generico sistema termodinamico non si può aumentare;
- C. assegna la probabilità di ogni trasformazione termodinamica;
- D. stabilisce l'impossibilità di talune trasformazioni termodinamiche;
- E. stabilisce le condizioni per la realizzazione del moto perpetuo.

La risposta esatta è la lettera D. Del secondo principio della termodinamica esistono due differenti formulazioni: entrambe, tuttavia, stabiliscono l'impossibilità di talune trasformazioni termodinamiche.

La *prima formulazione*, dovuta a Kelvin e Planck, postula che è impossibile realizzare un processo termodinamico il cui unico risultato sia la trasformazione in lavoro del calore fornito da una sorgente a temperatura uniforme.

La *seconda formulazione*, dovuta a Clausius, afferma che è impossibile realizzare un processo termodinamico il cui unico risultato sia un passaggio di calore da un corpo ad una data temperatura verso un altro a temperatura più alta.

2. Se una forza agente su una particella è conservativa, il lavoro che essa compie per uno spostamento della particella dalla posizione A alla posizione B:

- A. dipende dalla velocità della particella;
- B. dipende dalla traiettoria percorsa;
- C. è nullo;
- D. dipende dalla lunghezza della traiettoria percorsa;
- E. dipende soltanto da A e B.

La risposta esatta è la lettera E, perché per una forza conservativa il lavoro percorso lungo una qualsiasi traiettoria dipende solo dagli estremi della stessa.

3. Una particella si muove di moto circolare uniforme sotto l'azione di una forza centripeta. Volendo raddoppiare il raggio della traiettoria senza modificare il modulo della velocità occorre moltiplicare la forza per un fattore:

- A. 1/3;
- B. 3;
- C. 1;
- D. 2;
- E. 1/2.

La risposta esatta è la lettera D. Questo risultato si ottiene considerando la formula che lega la forza (F) alla velocità (v) ed al raggio (R) della traiettoria di un corpo in moto circolare ed uniforme:

$$F = \frac{M v^2}{R}.$$

Nel caso in esame, essendo

$$F_1 = \frac{M v^2}{R}, \quad F_2 = \frac{M v^2}{2R},$$

risulta, mantenendo inalterata la velocità della particella,

$$\frac{F_1}{F_2} = 2.$$

4. Che cosa si intende per calore?

- A. Una proprietà dei corpi ad alta temperatura.
- B. Il lavoro fornito da una macchina termica.
- C. L'energia che fluisce da un corpo a temperatura maggiore ad uno a temperatura minore.
- D. L'energia interna di un gas.
- E. La sensazione che proviamo toccando un corpo caldo.

La risposta esatta è la lettera C, perché per calore si intende appunto un trasferimento di energia. Due sistemi con diversa temperatura, se posti in contatto, raggiungono dopo un certo tempo una temperatura comune, intermedia tra quelle iniziali. Tali cambiamenti di temperatura sono dovuti a scambi di calore, in particolare il corpo più caldo cede calore al corpo più freddo. La perdita di calore del corpo caldo ne provoca il raffreddamento, viceversa il calore acquisito dal secondo corpo è la causa del suo aumento di temperatura. Il *calore*, quindi, è ciò che viene trasferito da un sistema fisico ad un altro, ogni volta che tra i due sistemi fisici posti in contatto esiste una differenza di temperatura.

6. Una data massa di gas contenuta in un recipiente ermetico dalle pareti rigide subisce una trasformazione termodinamica. Quale tra le seguenti grandezze non varia qualunque sia il tipo di trasformazione?

- A. La pressione.
- B. La temperatura.
- C. L'energia cinetica media.
- D. La densità.
- E. L'energia interna.

La risposta esatta è la lettera D.

7. Volendo calcolare di quanto è aumentata la temperatura di un corpo al quale è stata somministrata una certa quantità di calore, è necessario conoscere:

- A. la temperatura iniziale e il calore specifico del corpo;
- B. la temperatura finale e la massa del corpo;
- C. il calore specifico e la massa del corpo;
- D. la temperatura iniziale e la massa del corpo;
- E. la temperatura finale e il calore specifico del corpo.

La risposta esatta è la lettera C, dato che, per un corpo di massa m , a cui è stata somministrata una certa quantità di calore ΔQ , il calore specifico c è, per definizione,

$$c = m \frac{\Delta Q}{\Delta T}.$$

Da questa definizione discende immediatamente che

$$\Delta T = \frac{m}{c} \Delta Q.$$

8. La frequenza della luce visibile è dell'ordine di:

A. $5 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$;

B. $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$;

C. $5 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$;

D. $5 \cdot 10^{16} \text{ Hz}$;

E. $5 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$.

La risposta esatta è la lettera B, dato che

$$\lambda f = c \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} \text{ m} = 0.6 \mu\text{m}.$$

Lo spettro della luce visibile si estende approssimativamente tra $0.38 \mu\text{m}$ e $0.78 \mu\text{m}$.

9. L'energia elettrica costa 140 £ ogni $3.6 \cdot 10^6$ J utilizzati. Quanto costa tenere accesa una stufa elettrica della potenza di 1.5 kW per un'ora?

- A. 500 £
- B. 210 £
- C. 2500 £
- D. 540 £
- E. 15 £

La risposta esatta è lettera B. Si ricorda, infatti, che la potenza è, per definizione, energia nell'unità di tempo e, pertanto,

$$\text{Energia assorbita dalla stufa} = 1.5 \cdot 1000 \cdot 3600 \text{ J} = 1.5 \cdot 3.6 \cdot 10^6 \text{ J};$$

$$\text{Costo} = 1.5 \cdot 140 \text{ £} = 210 \text{ £}.$$

10. La batteria da 12 V della “capacità” di 100 Ah viene connessa ad una resistenza di $120\ \Omega$. Quanto tempo impiega la batteria a scaricarsi?

- A. 1.2 s
- B. 1 ms
- C. $3.6 \cdot 10^3$ s
- D. $3.6 \cdot 10^6$ s
- E. $1.2 \cdot 10^2$ s

La risposta esatta è la lettera D ed il risultato si ottiene utilizzando la legge di Ohm che lega la tensione alla corrente:

$$V = R I \rightarrow I = \frac{12\text{ V}}{120\ \Omega} = 0.1\text{ A};$$

$$\text{Tempo utile} = \frac{100\text{ Ah}}{0.1\text{ A}} = 1000\text{ h} = 3.6 \cdot 10^6\text{ s}.$$

11. Nella tavola periodica degli elementi un gruppo è:

- A. un insieme di elementi con la stessa massa atomica;
- B. un insieme di elementi con lo stesso numero atomico;
- C. un insieme di elementi con lo stesso numero di elettroni nel guscio più esterno;
- D. un insieme di elementi con lo stesso raggio atomico;
- E. un insieme di elementi con lo stesso numero di elettroni nei gusci interni.

La risposta esatta è la lettera C.

12. Il numero atomico dell'atomo di ossigeno è 8. Ciò significa che:

- A. nel nucleo vi orbitano 4 protoni e 4 neutroni;
- B. 4 elettroni orbitano attorno al nucleo che contiene 4 protoni;
- C. il nucleo è costituito esclusivamente da 8 protoni;
- D. il nucleo è costituito esclusivamente da 8 neutroni;
- E. attorno al nucleo orbitano 8 elettroni.

La risposta esatta è la lettera E, perché il numero atomico è pari al numero di protoni, a sua volta è uguale al numero di elettroni che ruotano intorno al nucleo.

La risposta C non è corretta, perché non è assolutamente vero che ci sono solo protoni nel nucleo, per la presenza di eventuali neutroni.

13. La coesione dei cristalli di cloruro di sodio:

- A. è dovuta a legami ionici;
- B. è dovuta a legami a ponte idrogeno;
- C. è imputabile a forze nucleari;
- D. è dovuta a legami covalenti;
- E. è imputabile a forze gravitazionali.

La risposta esatta è la lettera A: l'elettrone del guscio più esterno del sodio va a completare il guscio più esterno del cloro. Si creano in tal modo due ioni, uno positivo, l'altro negativo, che si attraggono elettrostaticamente.

14. Una reazione endotermica è una reazione che:

- A. assorbe calore dall'ambiente;
- B. avviene con aumento di numero di moli;
- C. non può avvenire;
- D. cede calore all'ambiente;
- E. avviene in un recipiente chiuso.

La risposta esatta è la lettera A.

15. Un gas nobile:

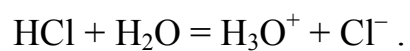
- A. ha un numero di elettroni sempre uguale a quello dei neutroni;
- B. è costituito da atomi con gusci elettronici completi;
- C. viene ottenuto da atomi con gusci elettronici completi;
- D. è composto da molecole biatomiche;
- E. ha affinità elettronica con gli elementi del II gruppo.

La risposta esatta è la lettera B, perché un gas è definito “nobile” proprio per la sua tendenza a non legarsi ad altri atomi e questo fatto è dovuto proprio al fatto che i suoi gusci elettronici sono completi.

16. Quale delle seguenti sostanze se messa in acqua genera ioni?

- A. HCl
- B. C₆H₆
- C. SiO₂
- D. CH₄
- E. CH₃OH

La risposta esatta è la lettera A. L'acido cloridrico, sciolto in acqua, si decompone secondo la relazione



Dunque, tra i composti indicati il cloruro di idrogeno è l'unico ad essere ionico.

17. Un elettrone percorre su questo foglio un'orbita circolare antioraria. Esso genera un campo magnetico che nel centro della traiettoria è:

- A. uscente dal foglio;
- B. orientato parallelamente alla velocità istantanea;
- C. orientato radicalmente;
- D. nullo;
- E. entrante nel foglio.

La risposta esatta è la lettera E e si ottiene immediatamente applicando la regola della mano destra.

18. Svariati accorgimenti tecnici contribuiscono al buon funzionamento di un thermos. Considerando uno tra i principali, si può affermare che la temperatura del contenuto si mantiene a lungo costante perché:

- A. l'intercapedine vuota elimina la conduzione e convezione;
- B. lo strato d'argento conduce male il calore;
- C. l'argentatura della parete interna riduce la convezione;
- D. l'intercapedine vuota riduce l'irraggiamento;
- E. le pareti di vetro sono sottili.

La risposta esatta è la lettera A, dato che un buon vuoto impedisce la conduzione e la convezione del calore, meccanismi di propagazione del calore che nel vuoto sono inesistenti.

19. Mescolando il caffè in una tazzina con un cucchiaino di metallo le dita percepiscono una sensazione di caldo maggiore che non con un cucchiaino di plastica perché:

- A. il metallo ha una forte magnetizzazione;
- B. i cucchiaini di plastica pesano meno di quelli di metallo;
- C. la conducibilità termica del metallo è superiore a quella della plastica;
- D. la plastica ha una conducibilità termica estremamente elevata;
- E. il metallo ha un calore specifico maggiore di quello della plastica.

La risposta esatta è la lettera C: i metalli sono buoni conduttori del calore e dell'elettricità.

20. L'ozono, costituente dello smog fotochimico, è:

- A. una miscela di ossidi acidi;
- B. una forma particolare dell'ossigeno;
- C. un ossido dello zolfo;
- D. un prodotto della combustione della benzina;
- E. un ossido dell'azoto;

La risposta esatta è la lettera B, dato che l'ozono ha formula chimica pari ad O_3 .

21. Sommando due forze, applicate allo stesso punto, di intensità di 1 N e 2 N, con le rette di applicazione inclinate di $\pi/3$, si ottiene una forza di intensità pari a:

- A. 3 N;
- B. $\sqrt{5}$ N;
- C. 5 N;
- D. 7 N;
- E. $\sqrt{7}$ N.

La risposta esatta è la lettera E. Applicando, infatti, la regola del parallelogramma, o se si preferisce il teorema di Carnot, si ottiene immediatamente che

$$F = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos \frac{\pi}{3}} \text{ N} = \sqrt{7} \text{ N}.$$

